

应用改进粒子水平集法对液滴碰撞的数值研究

田辉, 王琳琳, 叶阳辉, 李国君

(西安交通大学热流科学与工程教育部重点实验室, 710049, 西安)

摘要: 为了准确捕捉自由面运动, 求解液滴的碰撞过程, 针对传统粒子水平集法不适用于待修正网格包含在虚拟粒子内部的情况, 在充分分析以上问题的基础上提出一种新的局部距离函数定义方式. 经测试问题验证, 改进方法可降低由于粒子沿非界面法线方向运动对界面修正的干扰, 显著提高界面捕捉精度及守恒性. 应用改进粒子水平集法对二维液体碰撞过程进行数值模拟, 计算结果显示: 相对速度是正碰过程是否发生分离的决定因素, 空气中两个直径为 3 mm 的正碰水滴的临界韦伯数为 13.79; 偏心程度和相对速度共同影响偏心碰撞的液滴形态; 给定相对速度时存在两个临界偏心程度, 偏心程度介于临界值之间时碰撞后不发生分离.

关键词: 粒子水平集法; 局部距离函数; 液滴; 碰撞; 分离

中图分类号: O359 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2012)01-0125-06

Numerical Simulation on Droplets Collision with Improved Particle Level Set Method

TIAN Hui, WANG Linlin, YE Yanghui, LI Guojun

(Key Laboratory of Thermo-Fluid Science and Engineering of MOE, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: The conventional particle level set method fails for the case when a mesh point to be corrected falls into an escaped particle. A novel local distance function correction approach was proposed in this study to capture the free surface movement and solve the process of droplet collision accurately. The verification by the deformation field problem confirms that the approach proposed can improve the accuracy of the interface capturing and the system mass conservation. The new approach was employed to simulate the process of 2D droplets collision. The results show that: for the normal collision, relative velocity is the key factor determining whether separation occurs after collision; the critical value of Weber number is 13.79 for two droplets with a diameter of 3 mm; the relative velocity and eccentricity both affect the separation pattern when an eccentric collision occurs; there are two critical eccentricities for a given relative velocity, and the separation will not occur when the eccentricity falls between the two critical eccentricities.

Keywords: particle level set; local distance function; droplet; collision; separation

相界面运动问题普遍存在于多相流、材料结晶、图像处理等领域. 由于相界面两侧理化等性能的巨大差异在实际问题中起着极其重要的作用, 使得相界面迁移特性的研究倍受关注. 液滴的碰撞作为最基本的界面流现象, 常见于天气现象中液滴的成长、

降水过程, 以及动力机械中除尘、脱硫、水蒸气分离等过程. 液滴受重力、黏性力、表面张力等的综合作用, 气液相界面发生迁移、旋转、拉伸、合并及分离. 碰撞机理的研究不仅可直接应用于相关领域, 还可

为完善界面运动理论提供有效途径. 为了准确求解

收稿日期: 2011-04-14. 作者简介: 田辉(1982—), 男, 博士生; 李国君(通信作者), 男, 教授, 博士生导师. 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51076126).

网络出版时间: 2011-08-10

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20110810.0130.008.html>

液滴的碰撞过程,许多数值方法都被用来研究这一现象,如 MAC 方法^[1]、VOF 方法^[2]、水平集 (Level Set) 法^[3-4]、粒子追踪法^[5],以及混合方法^[6-7]等. 由于各单一算法存在一定的缺陷,结合不同算法优点而发展的混合算法逐渐成为解决此类问题的主要途径,如 CLSVOF 方法^[6]、粒子水平集 (Particle Level Set, PLS) 法^[7]. 谷汉斌^[8]等通过求解测试算例,验证了 PLS 方法的界面捕捉精度较 Level Set 方法有显著的提高. 田辉^[9]等通过引入积分平均法求解距离函数附加方程,采用局部粒子初始化方法布置粒子分布提出一种改进的高效粒子水平集法,在保证界面捕捉精度的同时计算效率提高了近 90%.

粒子水平集法提出一种通过虚拟粒子判别距离函数来确定界面准确性并对存在偏差的界面进行局部修正的思想,但传统粒子水平集法粒子对界面的局部修正只更新界面一侧网格点的距离函数值,随着计算的进行数值扩散不断增大,影响界面局部曲率的求解进而影响界面捕捉精度. Wang^[10]提出一种改进的界面修正方式,同一个逃逸粒子可兼顾修正界面两侧的距离函数值. 此法提高了捕捉界面的光顺性,降低了距离函数重新初始化的次数,然而并未解决逃逸粒子距离小于粒子半径时的界面修正问题. 本文在此基础上对界面修正方法做进一步完善,使之适用于逃逸粒子与网格点的各种相对位置,并将其应用于求解液滴碰撞问题中. 通过在不同参数下对二维液滴碰撞过程的数值模拟,总结出碰撞发生后液滴的合并、分离规律.

1 数值计算方法

1.1 传统粒子水平集法

PLS 方法通过逃逸粒子对 Level Set 方法描述不准确的界面进行局部修正,从而获得精确的界面,保证系统守恒. 算法实现过程包括:①Level Set 方法对界面的捕捉;②粒子位置更新及逃逸粒子判定;③逃逸粒子对界面的修正. 本文采用 Sussman^[11]求解距离函数附加方程及距离函数重新初始化的方法实现 Level Set 方法对界面的捕捉;采用 Enright^[7]的方法引入虚拟粒子、计算粒子在速度场作用下的迁移并判定逃逸粒子.

逃逸粒子对界面的修正过程引入了局部距离函数 $\phi_p(\mathbf{x})$. 不同的局部距离函数定义方式,会产生不同的粒子水平集法. Enright^[7]定义的局部距离函数为

$$\phi_p(\mathbf{x}) = S_p(r_p - |\mathbf{x} - \mathbf{x}_p|) \quad (1)$$

Wang^[10]针对正负逃逸粒子分别定义局部距离函数,使得同一逃逸粒子可以对界面两侧网格点的距离函数进行修正. 对于正逃逸粒子

$$\phi_p(\mathbf{x}) = \begin{cases} S_p(r_p - |\mathbf{x} - \mathbf{x}_p|) & \phi(\mathbf{x}) \leq 0 \\ S_p(r_p + |\mathbf{x} - \mathbf{x}_p|) & \phi(\mathbf{x}) > 0 \end{cases} \quad (2)$$

对于负逃逸粒子

$$\phi_p(\mathbf{x}) = \begin{cases} S_p(r_p - |\mathbf{x} - \mathbf{x}_p|) & \phi(\mathbf{x}) > 0 \\ S_p(r_p + |\mathbf{x} - \mathbf{x}_p|) & \phi(\mathbf{x}) \leq 0 \end{cases} \quad (3)$$

式中: $\phi(\mathbf{x})$ 表示 $\mathbf{x}$ 处的距离函数; S_p 为符号函数,针对正负逃逸粒子分别取 +1 或 -1; r_p 表示逃逸粒子 p 的半径; $\mathbf{x}_p$ 表示逃逸粒子 p 的位置. 修正过程在全场初始化 $\phi^{n,+}(\mathbf{x}) = \phi^{n,-}(\mathbf{x}) = \phi^n(\mathbf{x})$. 计算

$$\left. \begin{aligned} \phi^{n,+}(\mathbf{x}) &= \max_{\forall p \in E^+} (\phi_p, \phi^{n,+}(\mathbf{x})) & \phi^n(\mathbf{x}) > 0 \\ \phi^{n,-}(\mathbf{x}) &= \min_{\forall p \in E^-} (\phi_p, \phi^{n,-}(\mathbf{x})) & \phi^n(\mathbf{x}) \leq 0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

为增加算法的数值稳定性,在每个节点取

$$\phi^{n+1}(\mathbf{x}) = \begin{cases} \phi^+(\mathbf{x}) & |\phi^+(\mathbf{x})| \leq |\phi^-(\mathbf{x})| \\ \phi^-(\mathbf{x}) & |\phi^+(\mathbf{x})| > |\phi^-(\mathbf{x})| \end{cases} \quad (5)$$

式中: 上标 n 和 $n+1$ 分别表示当前时刻及下一时刻.

1.2 改进界面修正方法

以上两种修正方法并不完全适用于 $r_p > |\mathbf{x} - \mathbf{x}_p|$ 的情况. 当所讨论的网格点在逃逸粒子内时,若 $\mathbf{x} - \mathbf{x}_p$ 与 $\mathbf{n}(\mathbf{x})$ ($\mathbf{n}(\mathbf{x})$ 表示 $\mathbf{x}$ 处界面外法线单位矢量) 不共线,则 $r_p \pm |\mathbf{x} - \mathbf{x}_p|$ 均不能准确地反映逃逸粒子沿界面法线方向偏离相界面的距离. 如图 1 所示,网格点 C 包括在逃逸粒子 O 内. 根据传统局部距离函数的定义 $\phi_p(\mathbf{x}) = S_p(r_p - |\mathbf{x} - \mathbf{x}_p|) = |CH|$,若逃逸粒子在以网格点 C 为圆心、 $|OC|$ 为半径的圆周上时,局部距离函数均为 $|CH|$,即逃逸粒子在网格点法线方向上偏移 $2|OC|$ 的距离,而现有的修正方法并不能做出相应的调整.

由传统粒子水平集法粒子初始化及其半径的定义可知,粒子是以沿法线方向距离界面 r_p 作为其初始化的标准. 反过来,粒子所在位置沿界面法线方向偏移 r_p 的距离必落在界面上. 基于此,若修正过程将逃逸粒子投影到网格点处界面外法线上,如图 1b 虚线所示,则可有效反映逃逸粒子在界面法线方向的偏移程度,避免逃逸粒子沿垂直于法线方向运动对界面修正的干扰,即 $\phi_p(\mathbf{x}) = |CF|$. 本文将 $r_p > |\mathbf{x} - \mathbf{x}_p|$ 时的局部距离函数定义如下.

针对正逃逸粒子

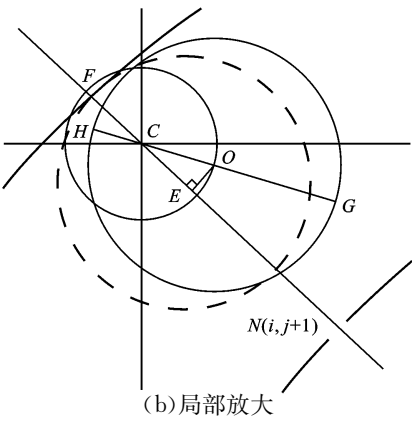
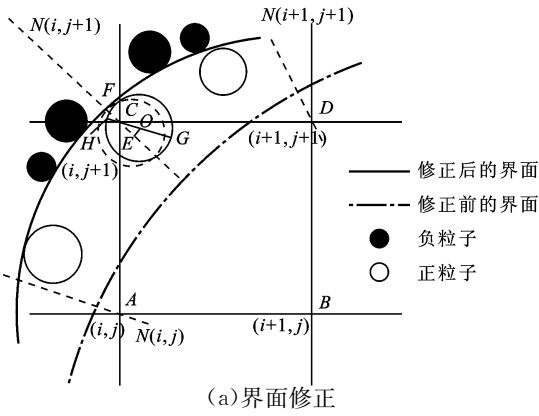


图 1 $r_p > |\mathbf{x} - \mathbf{x}_p|$ 时虚拟粒子对界面的修正

$\phi_p(\mathbf{x}) =$

$$\begin{cases} S_p(r_p + |\mathbf{x} - \mathbf{x}_p| \cdot \mathbf{n}) & (\mathbf{x} - \mathbf{x}_p) \cdot \mathbf{n} \leq 0 \\ S_p(r_p - |\mathbf{x} - \mathbf{x}_p| \cdot \mathbf{n}) & (\mathbf{x} - \mathbf{x}_p) \cdot \mathbf{n} > 0 \end{cases} \quad (6)$$

针对负逃逸粒子

$\phi_p(\mathbf{x}) =$

$$\begin{cases} S_p(r_p + |\mathbf{x} - \mathbf{x}_p| \cdot \mathbf{n}) & (\mathbf{x} - \mathbf{x}_p) \cdot \mathbf{n} > 0 \\ S_p(r_p - |\mathbf{x} - \mathbf{x}_p| \cdot \mathbf{n}) & (\mathbf{x} - \mathbf{x}_p) \cdot \mathbf{n} \leq 0 \end{cases} \quad (7)$$

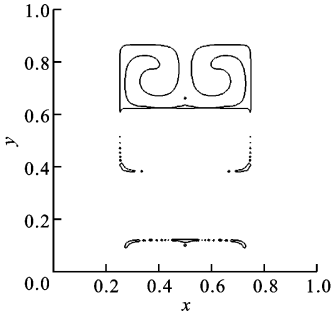
式中: $\mathbf{n}$ 表示待修正网格点处界面外法线单位矢量.

2 算法验证

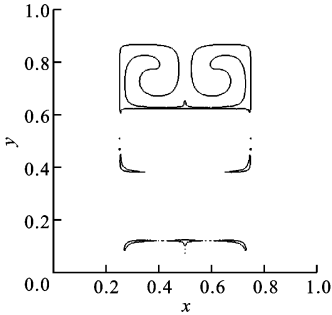
涡旋变形问题^[12] 不仅能检验算法捕捉迁移界面的能力,还可检验算法处理界面发生剪切、拉伸,甚至拓扑结构变化时的准确性. 初始界面为一圆心坐标位于(0.5,0.75)、半径为 0.15 的圆. 在速度场
$$\begin{cases} u = \sin(4\pi(x+0.5))\sin(4\pi(y+0.5))\cos(\pi t/T) \\ v = \cos(4\pi(x+0.5))\cos(4\pi(y+0.5))\cos(\pi t/T) \end{cases} \quad (8)$$
 作用下,初始圆形界面发生旋转变形的部分转化为两个旋向相反的涡,另一部分转化为两条细长的条带;当 $t=T/2$ 时,运动方向调转并逐渐回到初始圆形界面. 计算域边界对边呈周期性边界条件,CFL

数设为 0.5, $T=2$.

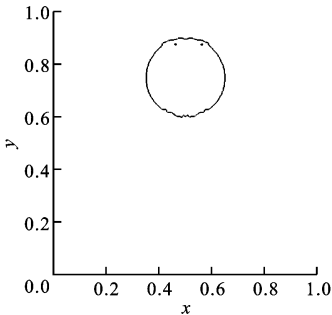
针对涡旋变形问题,本文采用定性分析及定量比较相结合的方法来验证改进算法的界面捕捉性能. 图 2 所示为改进前后两种算法捕捉界面在两个典型时刻的界面分布. 由图 2a、2b 可见, $T/2$ 时刻两种算法对上部涡的捕捉精度基本一致,而对于下部两细长条带的捕捉改进算法精度较高. 改进算法能



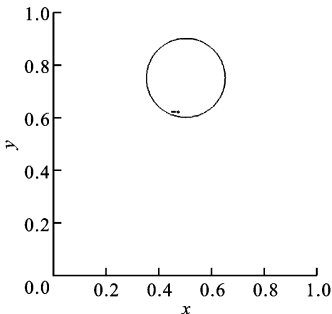
(a) 传统 PLS 法 ($t=T/2$)



(b) 改进 PLS 法 ($t=T/2$)



(c) 传统 PLS 法 ($t=T$)



(d) 改进 PLS 法 ($t=T$)

图 2 典型时刻两种算法捕捉界面的分布情况(256×256)

较好的描述细长界面,减少由于拉伸引起的断裂,可以捕捉到更完整的细节.由图 2c、2d 可见: T 时刻改进算法可以获得完整的圆形界面,捕捉的界面光顺性明显优于传统算法;另外,两种算法捕捉的界面中均出现了“孤岛”区域,这说明算法在处理拓扑结果发生变化的问题时还有待进一步改进.表 1 给出了两种算法求解涡旋变形问题的 3 个指标的对比情况.由表 1 可见:网格数为 64×64 时两算法的计算结果相差不大;网格数为 128×128 时改进算法的计算误差及面积亏损分别降低 13.37%、0.13%,计算耗时增加 5.3%;网格数为 256×256 时改进算法的计算误差及面积亏损分别降低 14.97%、0.15%,计算耗时增加 7.7%.结果显示随着网格数的增加,改进算法的计算精度及面积守恒性提高越显著,但计算效率有所下降.

3 二维液滴碰撞数值研究

本文将液滴韦伯数 We 及碰撞参数 B 作为控制参数,对不同碰撞条件下水滴在空气中的碰撞过程进行数值模拟. We 及 B 的定义如下

$$We = \rho U^2 (r_1 + r_2) / \sigma \tag{9}$$

$$B = \chi / (r_1 + r_2) \tag{10}$$

式中: r_1 和 r_2 分别是碰撞的两个液滴半径; U 为二者的相对速度; χ 为两液滴中心间距离在碰撞速度垂直方向的投影; σ 为表面张力系数.

模拟过程初始两液滴直径均为 3 mm,沿速度方向相距 1 mm,密度为 $1\,000\text{ kg/m}^3$,动力黏性系数为 $1.137\times 10^{-3}\text{ N}\cdot\text{s/m}^2$,空气密度为 1.225 kg/m^3 ,空气动力黏性系数为 $1.78\times 10^{-5}\text{ N}\cdot\text{s/m}^2$,气液交界面表面张力系数为 $7.32\times 10^{-2}\text{ N/m}$,如图 3 所示. $t=0$ 时刻两液滴速度分别为 $\pm 0.5 U$,使之相向而行,忽略重力作用.采用投影法^[13]求解速度场,采用前述改进的粒子水平集法捕捉气液交界面运动.随着初始相对速度的提高,选取正碰时的 3 种典型 We ,固定初始相对速度时选取 3 种典型 B .本文通过对以上选取的不同参数状态下液滴碰撞过程的

数值模拟,考察液滴初始速度及偏心程度对碰撞的影响,总结出液滴碰撞发生后的融合、分离规律.

3.1 相对速度对正碰液滴的影响

图 3 显示了 $We=10.25$ 时液滴正碰的数值模拟时序图.由图 3 可见,碰撞发生后两液滴互相接触并融为一体,由于相向运动产生的挤压使得液体向纵轴两侧流动,如 $t=11.7\text{ ms}$ 、 $t=18.7\text{ ms}$ 时液滴形态逐渐由纺锤形过渡为哑铃形.纺锤形两端尖角部分曲率较大,承受较大的表面张力.挤压作用下沿着纵轴方向运动的液体在此表面张力的阻碍作用下运动速度逐渐变小,端部逐渐变得圆滑呈现出哑铃形.如图 3 中 $t=18.7\text{ ms}$ 时刻所示,除黏性耗散外碰撞液滴的动能基本上都转化为表面张力能,由于初始液滴速度较小(动能较小),不足以克服黏性和表面张力作用,碰撞后并未发生分离.此后,在表面张力收缩作用下,液滴向中心收缩,表面张力能不断转化为动能.在动能与表面张力能互相转化的过程中,液滴不断在碰撞发生处沿着横轴、纵轴发生振荡,如图 3 中 $t=18.7\sim 93.3\text{ ms}$ 时刻所示.与此同时,伴随着黏性耗散,耗散作用将使碰撞后的液滴趋于圆形.

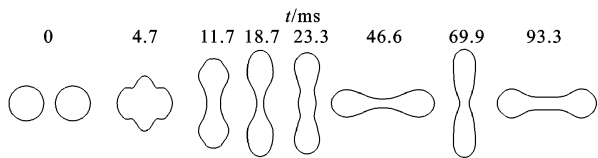


图 3 $We=10.25$ 时液滴碰撞形状变化时序图

将初始相对速度提高至 0.6 m/s 的数值计算结果如图 4 所示.碰撞过程前期与图 3 中所示结果相似,碰撞后纺锤形液滴逐渐发展为哑铃形,但由于初始碰撞速度的增加,液滴的动能明显增大.液滴快速沿纵向拉伸,哑铃形液滴形成后动能仍未耗尽,不断涌向两端的液体使得哑铃中部不断变细,如图 4 中 $t=16.3\text{ ms}$ 时刻所示.随着哑铃形液滴中部不断变细,其稳定性也逐渐下降直至发生断裂,断裂后两个小液滴的尖角部分在表面张力的收缩作用下迅速向

表 1 涡旋变形问题计算结果($T=2$)

网格数	传统 PLS 方法			改进 PLS 方法		
	计算误差	计算耗时/s	面积亏损/%	计算误差	计算耗时/s	面积亏损/%
64×64	5.57×10^{-4}	34	7.74	5.42×10^{-4}	35	7.61
128×128	2.32×10^{-4}	214	3.59	2.01×10^{-4}	226	3.46
256×256	3.67×10^{-5}	1 524	0.76	3.12×10^{-5}	1 651	0.61

注:计算误差采用文献[6]的方法计算.

小液滴主体运动. 由于此冲击对小液滴影响不大,使得小液滴能一直维持在原地振荡直至能量被黏性消耗尽. 由此可见,存在一个临界韦伯数 We_c , 当 We 大于该临界值时,正碰液滴会发生分离. 本文数值模拟结果显示:两个直径为 3 mm 的水滴, $We_c = 13.79$.

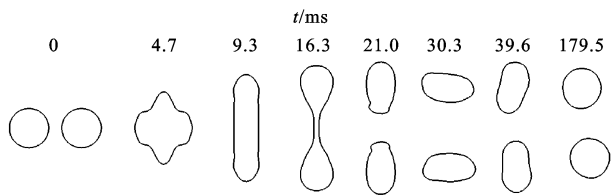


图 4 $We=14.75$ 时液滴碰撞形状变化时序图

随着初始速度的增加,液体加速向纵轴两侧流动. 当部分液体涌向端部而中部液滴未及时补充这些液体留下的空间时,在哑铃形液滴中部形成两个细小的喉部区域,如图 5 中 $t=18.7$ ms 时刻所示. 当初始速度超过一个临界值时,上述喉部区域发生断裂,碰撞液滴分离为 3 部分. 每个部分在表面张力作用下收缩,并发生振荡.

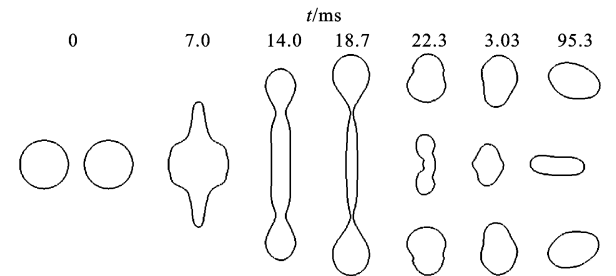


图 5 $We=20.08$ 时液滴碰撞形状变化时序图

3.2 偏心对液滴碰撞的影响

偏心碰撞在实际中发生的概率要远大于正碰的情况,偏心造成的旋转角速度使其碰撞机理更为复杂. 如图 6 所示,偏心碰撞可认为是阴影部分的正碰及其余部分的平动组成,碰撞发生后阴影部分正碰产生挤压力,而平动则为旋转提供动力. 本部分将 We 固定在 14.75,研究 3 种典型偏心程度对液滴碰撞的影响.

图 7 显示出 $B=0.2$ 时的碰撞情况,由于偏心程度较小,正碰部分产生较大的挤压力使液体沿纵向克服表面张力束缚发生分离. 整个碰撞过程与图 4 所示的情况类似,只是略带旋转. 随着偏心程度的增加,碰撞产生的挤压力不断降低而旋转角速度随之增加. 如图 8 所示,碰撞过程并未形成纺锤形、哑铃形液滴,而图 7 中 $t=9.3$ ms 时刻液滴的旋转角

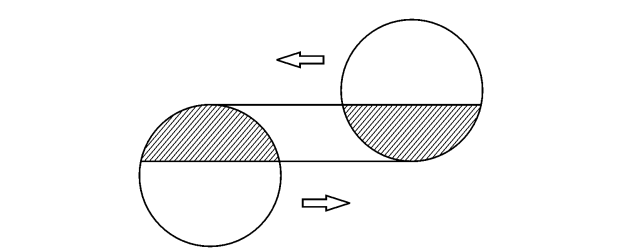


图 6 偏心碰撞示意图

度与图 8 中 $t=38.5$ ms 时刻相近,但时间仅为后者的 25%左右. 在相同的初始速度下, $B=0.5$ 时碰撞发生后并未出现分离.

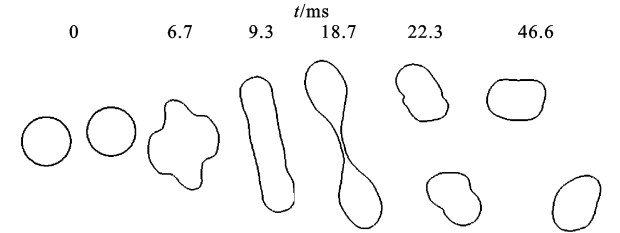


图 7 $B=0.2$ 时液滴偏心碰撞形状变化时序图

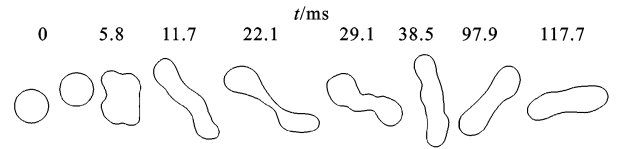


图 8 $B=0.5$ 时液滴偏心碰撞形状变化时序图

当偏心程度较大时离心力成为主导,在离心力作用下液体被甩离碰撞中心. 如图 9 中 $t=7.0$ ms 及 $t=18.2$ ms 时刻所示,碰撞发生后端部液体仍保持较大的平动速度. 表面张力及黏性力的共同作用提供了向心力,从而使端部液体发生旋转. 如图 9 中 $t=28.0$ ms 及 $t=30.3$ ms 时刻所示,当离心力和挤压力克服表面张力阻碍时,融合的液滴发生了分离.

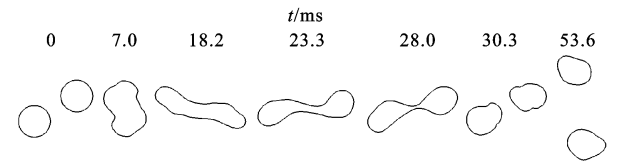


图 9 $B=0.8$ 时液滴偏心碰撞形状变化时序图

4 结 论

通过改进局部距离函数的定义方式使界面修正方法适用于 $r_p > |\mathbf{x} - \mathbf{x}_p|$ 的情况,经测试算例验证改进算法可有效降低虚拟粒子沿非界面法线方向运动对界面修正的干扰,提高界面捕捉精度及系统守

恒性.在此基础上成功地对二维液滴碰撞过程进行了数值模拟,计算结果显示:①液滴发生正碰时相对速度是决定碰撞后是否发生分离的主要因素,空气中两个直径为3 mm的正碰水滴, $We_c=13.79$;②液滴发生偏心碰撞时相对速度及偏心程度共同影响碰撞后的形态,给定某一 We (大于正碰临界韦伯数)存在两个临界偏离值 $B_{c,low}$ 、 $B_{c,high}$,当 $B_{c,low}<B<B_{c,high}$ 时,碰撞发生后融合的液滴不会分离,否则液滴碰撞后会分离,且由于旋转离心力的作用分离后不会再次融合.

参考文献:

- [1] MCKEE M F, TOME V G, FERREIRA V G, et al. The MAC method[J]. *Computers & Fluids*, 2008, 37(8): 907-930.
- [2] HIRT C R, NICHOLS B D. Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries[J]. *Journal of Computational Physics*, 1981, 39(1): 201-225.
- [3] SETHIAN J A. Curvature and the evolution of fronts [J]. *Communication of Mathematical Physics*, 1985, 101(4): 487-499.
- [4] OSHER S, SETHIAN J A. Fronts propagating with curvature-dependent speed: algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations[J]. *Journal of Computational Physics*, 1988, 79(1): 12-49.
- [5] UNVERDI S O, TRYGGVASON G. A front-tracking method for viscous, incompressible, multi-fluid flows [J]. *Journal of Computational Physics*, 1992, 100(1): 25-37.
- [6] SUSSMAN M, PUCKETT E G. A coupled level set and volume-of-fluid method for computing 3D and axisymmetric incompressible two-phase flows[J]. *Journal of Computational Physics*, 2000, 162(2): 301-337.
- [7] ENRIGHT D, FEDKIW R, FERZIGER J, et al. A hybrid particle level set method for improved interface capturing [J]. *Journal of Computational Physics*, 2002, 183(1): 83-116.
- [8] 谷汉斌, 李炎保, 李绍斌, 等. 界面追踪的 Level Set 和 Particle Level Set 法[J]. *水动力学研究与进展: A 辑*, 2005(2): 152-160.
GU Hanbin, LI Yanbao, LI Shaobin, et al. The level set and particle level set method for tracing interface [J]. *Journal of Hydrodynamics: A*, 2005(2): 152-160.
- [9] 田辉, 王琳琳, 叶阳辉, 等. 一种改进的高效粒子水平集法及其应用[J]. *西安交通大学学报*, 2011, 45(11): 34-38.
TIAN Hui, WANG Linlin, YE Yanghui, et al. Improved high-efficiency particle level set method with applications[J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2011, 45(11): 34-38.
- [10] WANG Z Y, YANG J M, STERN F. An improved particle correction procedure for the particle level set method[J]. *Journal of Computational Physics*, 2009, 228(16): 5819-5837.
- [11] SUSSMAN M, SEREKA P, OSHER S. A level set approach for computing solutions to incompressible two-phase flow[J]. *Journal of Computational Physics*, 1994, 114(1): 146-159.
- [12] RIDER W J, KOTHEY D B. Reconstructing volume tracking[J]. *Journal of Computational Physics*, 1998, 141(2): 112-152.
- [13] BELL J B, COLELLA P. A second-order projection method for the incompressible Navier-Stokes equations [J]. *Journal of Computational Physics*, 1989, 85(12): 257-283.

[本刊相关文献链接]

- 应用改进粒子水平集法对液滴碰撞的数值研究. 2011, 45(11): 34-38.
- 初始形状对浮升气泡动力特性的影响. 2011, 45(1): 43-47.
- 模拟自由表面问题的移动粒子半隐式模拟方法. 2010, 44(11): 109-112.
- 液滴斜向撞击液面的移动粒子半隐式法数值模拟. 2010, 44(9): 93-98.
- 气泡堆积法生成曲线多边形区域非结构化网格及其应用. 2009, 43(11): 109-113.
- 气泡堆积法生成局部加密非结构化网格. 2009, 43(9): 19-22.
- 用 Level Set 方法对水下两个气泡运动的数值模拟. 2009, 43(7): 11-15.
- 低冲击能量液滴与球面碰撞沉积特性的数值研究. 2009, 43(7): 21-24.
- 基于气泡堆积的非结构化网格生成技术. 2009, 43(1): 29-33.
- 带内嵌固体的不可压缩气液两相界面流数值模拟方法. 2008, 42(9): 1151-1155.

(编辑 荆树蓉)